
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2003/2004

Februari/Mac 2004

ZCT 218/3 - Kaedah Matematik

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **ENAM** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua **LIMA** soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

- (1) Pertimbangkan fungsi berikut:

$$f(x) = \begin{cases} \cos(\pi x), & -1 \leq x < 0 \\ -2, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

- (a) Lakarkan fungsi ini dalam julat yang diberikan. (10/100)
- (b) Wakilkan fungsi $f(x)$ ini dalam julat $-1 \leq x \leq 1$, dengan siri Fourier. (90/100)

- (2) (a) Cari songsangan transformasi Laplace bagi:

$$F(s) = \frac{1}{(s + \sqrt{2})(s - \sqrt{3})}$$

(20/100)

- (b) Tunjukkan:

$$L\{\sinh(at) \sin(at)\} = \frac{2a^2 s}{s^4 + 4a^4}$$

(20/100)

- (c) Dengan menggunakan teknik transformasi Laplace, selesaikan persamaan pembezaan yang berikut:

$$y'' + \omega^2 y = \cos(2t); \quad \omega \text{ pemalar}; \quad \omega^2 \neq 4$$

$$y(0) = 1; \quad y'(0) = 0$$

(60/100)

- (3) (a) Cari transformasi Fourier bagi:

$$f(x) = \begin{cases} x e^{-x}; & x > 0 \\ 0; & x < 0 \end{cases}$$

(70/100)

- (b) Takrifan kamiran tetap bagi fungsi Gamma, $\Gamma(z)$, diberikan sebagai:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} x^{z-1} e^{-x} dx, \quad \operatorname{Re}(z) > 0$$

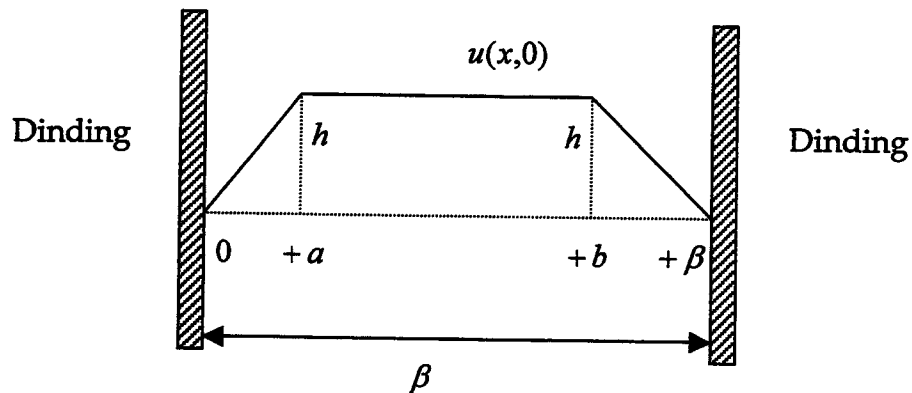
...3/-

Dengan menggunakan takrifan ini, nilaikan kamiran berikut:

$$I = \int_0^{\infty} \exp(-x^4) dx$$

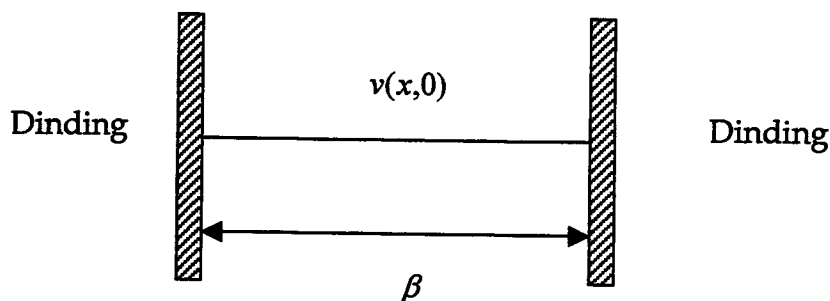
(30/100)

- (4) Satu tali yang tidak kenyal diregangkan, dan hujung-hujungnya diikat dengan ketat pada dinding. Panjang tali ini ialah β dan ketumpatan jisim per unit panjangnya ialah σ . Pada masa $t = 0$, keadaan tali dengan ketegangan T adalah seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 1.



Rajah 1

Halaju melintang pada tali bila $t = 0$, iaitu $v(x,0) = \left. \frac{du(x,t)}{dt} \right|_{t=0}$ adalah seperti yang ditunjukkan pada Rajah 2.



Rajah 2

- (a) Tuliskan persamaan gelombang bagi sesaran melintang sistem tali yang bergetar, $u(x,t)$.
(10/100)
- (b) Nyatakan syarat-syarat sempadan dan syarat-syarat awal bagi sistem tali yang dihuraikan di atas.
(20/100)
- (c) Dengan kaedah pembolehubah terpisahkan, terbitkan penyelesaian am bagi persamaan gelombang dalam (a).
(30/100)
- (d) Dengan jawapan-jawapan dalam (b) dan (c), cari penyelesaian khusus bagi $u(x,t)$. Nyatakan jawapan akhir dalam bentuk pekali yang terlibat, dan nyatakan bagaimana untuk menilai pekali tersebut. Anda tidak perlu selesaikan kamiran tersebut.
(40/100)
- (5) Satu bar logam yang homogen dengan panjang l meter adalah seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 3.



Rajah 3

Hujung-hujung logam dan permukaan luar di sepanjang bar logam dibalut dengan penebat haba supaya tiada haba hilang melalui hujung-hujungnya.
Bahan logam dicirikan oleh:

Pengkonduksian haba, $\Omega = 2 \text{ J.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$

Haba tentu, $C = 1 \text{ J.kg}^{-1}.(^{\circ}\text{C})^{-1}$

Ketumpatan, $\rho = 1 \text{ kg.m}^{-3}$

Nota: $\alpha^2 = \eta = \frac{\Omega}{C\rho}$

Jika suhu pada bar logam bersandar terhadap panjang x dan masa t sahaja,

- (a) Tuliskan persamaan haba bagi bar logam ini. (10/100)
- (b) Tuliskan syarat-syarat sempadan bagi sistem ini. (10/100)
- (c) Dengan kaedah pembolehubah terpisahkan, cari penyelesaian am bagi persamaan pembezaan dalam (a). (45/100)
- (d) Diberi suhu awal bar logam tersebut adalah:

$$u(x,0) = G$$

dengan G sebagai satu pemalar positif. Dengan syarat-syarat sempadan dari (b) dan syarat awal ini, cari penyelesaian khusus bagi suhu di sepanjang bar logam itu.

(35/100)

Lampiran

Jadual Transformasi Laplace

$f(t)$	$L\{f(t)\} = F(s)$
c	$\frac{c}{s}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
te^{at}	$\frac{1}{(s-a)^2}$
$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2 + a^2}$
$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2 + a^2}$
$e^{at} \sin(kt)$	$\frac{k}{(s-a)^2 + k^2}$
$e^{at} \cos(kt)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2 + k^2}$
$\sin(at) - at \cos(at)$	$\frac{2a^3}{(s^2 + a^2)^2}$